第七章　宋元数学——中国传统数学的高峰

唐朝之后，宋、元相继统一中国，建立了高度集权的封建制国家。社会、经济、环境的相对稳定，为科技发展提供了有利条件。在这个时期，发明了如火药、指南针、活字印刷等，数学也在以前的基础上取得了辉煌的成就，如贾宪、秦九韶、杨辉、李冶、朱世杰等在数学研究上作出了不朽贡献，正是以他们为代表的一批数学家的工作使中国传统数学达到历史上的最高峰。

§7.1　贾宪与增乘开方法

贾宪，北宋数学家。生平籍贯不详，生活于 11 世纪上半叶，是天文、数学家楚衍的学生。在宋仁宗（1023-1064 年在位）时曾作过左班殿直（宫廷侍卫官），撰有《黄帝九章算法细草》、《释锁》、《算法敩古集》，均已佚。

贾宪继承了《九章算术》以来的诸多方法，摒弃了它们的不足，在算法机械化方面作出了杰出贡献。他继续《九章算术》和刘徽方向，对《九章算术》借助于题设对象或数字的术文抽象成离开题设对象的纯数学方法，使中国古算的抽象程度和一般化提高了一大步，他构造贾宪三角的“增乘方求廉法”， 是个创举。贾宪把中国古代数学的程序化思想又提高到一个新的阶段。

一、贾宪三角的构造程序

《九章算术》的开方算法，发展到唐代，王孝通《缉古算经》中有形如 $x^4+Bx^2=C$ 的开方，却是通过开两次平方求其正根的，这相当于作变换 $y=x^2$ 求 $y^2+By=C$ 的正根，并未见开四次方的一般程序。

贾宪提出的 “开方作法本源图”，现在就叫“贾宪三角”，它实际上是将整指数二项式 $(a+b)^n$（n=0，1，2…）的展开式的系数由上到下排成的三角数表。贾宪给出了增乘方求廉法的贾宪三角造法，表现出他注重数学方法的内在联系和程序化思想的探求。这是世界最早的二项式定理系数表。虽然该表到 6 次方为止（末行为$(a+b)^6$的系数），但表中数字是有规律的（朱世杰就推广到 8 次方）。所有这些，我们完全可以称其为构造性的证明。

这种方法，可以推到求任意次方的各廉，即是说，可以求得任意多层的贾宪三角，因此，贾宪三角的提出，表明了贾宪已把传统的开方法推广到开任意高次方。

二、增乘开方法——累乘累加的机械化算法

增乘方求廉法可以直接推广到开方程序中，这就是增乘开方法，它是贾宪最重大的贡献，标志着贾宪把中国古代数学的程序化思想推进到一个新的阶段。贾宪的增乘开方法，是中算史上第一次完整的可推广到任意次方的开方程序，是开方技术的重大改进。其基本思想是：开方求得根的第一位得数后，求减根方程时，以商得数自下而上随乘随加，每次低一位而止；商得次一位后，仍以随乘随加减实，如是机械反复，直至求出最后的答案。

§7.2 秦九韶与《数书九章》

一、秦九韶简介

秦九韶(1202~1261)，南宋著名数学家，字道古，自称鲁郡（今山东曲阜、兖州一带）人。1202 年生于普州安岳〈今四川安岳县〉，父亲当过潼川（四川三台）郡守。他极为聪明机敏，

早年“侍亲中都[1]，得仿习于太史，又尝从隐君子受数”。 1225~1227 年间，跟随父亲回到四川，18 岁“在乡里为义兵首”，曾作过县尉官，以后在湖北、安徽、江苏等地做官，后来卷入南宋统治集团战、和两派的斗争，晚年被贬官梅州(今广东梅县)，1261 年死于任所。当时人们评论秦九韶“性极机巧，星象、音律、算术以至营造等事，无不精究”，“游戏、毬、马、弓、剑，莫不能知.”

秦九韶在数学上的贡献是在 1247 年完成的《数学大略》18 卷，明代后期该书改名 1 为《数书九章》。全书共 81 题，分为大衍、天时、田域、测望、赋役、钱谷、营建、军旅和市易九大类，每类 9 题，内容包括一次同余式解法、历法计算、降雨降雪量计算、面积计算、勾股重差、均输税收、粮谷转运与仓窖容积、建筑施工、营盘布置及军需供应、交易与利息等。

秦九韶认为，数术与传统算学在本质上是一致的，数术为大用，算学为小用，并都起源于河图洛书。他鄙视不懂数学不重视数学的官僚。他的“设为问答以拟于用”的学术思想充分体现在《数书九章》这一光辉名著中，该著作不仅继承了中算《九章算术》的传统模式，对中算的固有特点发扬光大，而且完全符合宋元社会的历史背景，成为中世纪世界数学史上的光辉篇章。萨顿曾称他为“他的民族、他的时代，以至一切时代的最伟大的数学家之一”。

二、秦九韶的数学贡献

1. 一般高次方程的解法

秦九韶在前人开方法的基础上提出了“正负开方术”，并系统地应用到任意次方的有理或无理根的求解上，他的成果比西方同类解法早近 600 年。

秦九韶提出的“正负开方术”，是一种求高次方程根的近似计算法，我们称之为“秦九韶法”。这种方法把以增乘开方为主导的高次方程数值解法发展到十分完备的境地。秦九韶为把“随乘随加”进行彻底，规定“实常为负”，将实与其它各项放在一起，组成一般的开方式，这相当于一个 n 次数字方程：

$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots a_{n-1}x+a_n=0 \quad (a_0\neq 0，a_n<0)$

秦九韶规定“实常为负”以后，整个算法便全部实现“随乘随加”了。在开方所得为无理根时，秦九韶用十进小数作为无理根的近似值。从传统开方法到增乘开方法再到秦九韶规定实常为负，这一个具体算法的例子反映了中国古代数学家实现算法程序化的过程。

正负开方术作为《数书九章》的杰出成果之一，它把贾宪的开方术原理推广到开高次方并改善计算程序的结果。“从《九章算术》中开平、立方发展至宋元时期增乘开方法与正负开方术求方程数值解法，是中国古代数学构造性与机械化思想方法的又一代表性成就”。

2. 建立一般线性方程组严整规范的算法

秦九韶改进了线性方程组的解法，普遍应用互乘相消法代替传统的直除法，已同今天所用的方法完全一致。秦九韶对线性方程组及其解法的代数研究集中表现出了他追求数学方法程序化的思想。这是在《九章算术》“方程”算法机械化基础上的继承，又有所发展。他仍以分离系数法建构方程的传统（今称增广矩阵），只是“积”在上，物数（未知数系数）在下，对于分数作为系数，先通过去分母，各行化约后变成最简方程组，并尽可能将各行诸数化为相与之率，反复实施“化约——互乘——相消——化约”的机械化步骤，直至获得最终结果（今称化系数矩阵为单位矩阵）。消元过程中出现负数时，先求其“适等”，再“直加”相消。

3. 秦九韶一次同余式组完整解法程序的建立

秦九韶总结了历算家计算上元积年的方法，在《孙子算经》“物不知数”题的基础上，提出了“大衍求一术”与“大衍总数术”，分别解决模数两两互素与不互素的情况，从而完

---

[1]南宋都城，今杭州

整地解决了一次同余问题，这一世称“中国剩余定理”的成就，比西方同类解法早 500 多年。可以说，秦氏的“大衍总数术”几乎达到了统一的机械化算法的要求。

秦九韶“大衍总数术”讨论多个一次同余式的联立求解问题：

$$N\equiv R_i(\mathrm{mod}A_i)\ (i=1,2,\cdots,n) \qquad (*)$$

4. 三斜求积公式

在几何方面，秦九韶对于《九章算术》和《海岛算经》的勾股测量术的相关理论也有所发展;《数书九章》卷 5 第 2 题题意是：已知三角形地块的三边长分别为 13 步、14 步、15 步，求它的面积. 从中，秦九韶提出了“三斜求积术”：即已知三角形三边之长求其面积的公式。如图 8－6，三角形的面积可用大斜、中斜、小斜的关系表示：$面积^2=\frac{1}{4}\left[小斜^2\times中斜^2-\left(\frac{大斜^2+小斜^2-中斜^2}{2}\right)^2\right]$。设三角形面积为 A，三边长分别为 a，b，c，”. 把秦九韶的解法用现代的符号表示，则秦九韶的公式相当于：

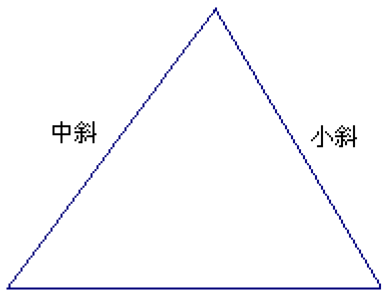


图8－6

$$A=\sqrt{\frac{1}{4}[a^2b^2-(\frac{a^2+b^2-c^2}{2})^2]},$$ 这是秦九韶在几何方面的另一项杰出成果。

秦九韶的这个公式与古希腊著名的海伦公式

$$(A=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ 其中 s=\frac{a+b+c}{2})$$

是等价的。

§7.3 数学家、数学教育家---杨辉

一、杨辉及其数学贡献

杨辉，南宋著名数学家、数学教育家。生平不详，约在 13 世纪中叶至后半叶活动于苏、杭一带。字谦光，钱塘(今杭州)人。杨辉著有 5 部共 21 卷数学书，其特点是深入浅出，便于初学，同时也有不少创新，书中还记录了一些古代有价值的数学成果，对了解当时数学的发展情况具有重要意义。其中，《详解九章算法》12 卷(1261)，取《九章算术》246 问中的 80 问进行详解，分为解题(包括解释题意、名词术语、文字校勘和评论等内容)、细草和比类三项，并附有纂类，该书将《九章算术》题目按解题深浅程度重新编排，书中的"开方作法本源图"曾被称为“杨辉三角形”，杨辉指明此系贾宪(约 11 世纪)所用，因此称为"贾宪三角形"更为合理。西方称这样的二项式系数排列为“帕斯卡三角形”，从时间上看已分别在杨辉和贾宪之后 400 年和 600 年了。杨辉的《日用算法》2 卷(1262)为通俗实用算书，《乘除通变本末》3 卷(1274)，论四则运算等方法，并收录了不少现已失传的各种数学著作中的算题

和算法，如早期的“增乘开方法”、“开方作法本源”都是通过他的著作才得以留传下来。杨辉的另外两部书是《田亩比类乘除捷法》2 卷(1275)记叙开方术，《续古摘奇算法》2 卷(1275)论纵横图，并说《海岛算经》，记载了许多当时及古代的书目，从中可窥见失传典籍乏一斑，保存了许多珍贵的数学史料，其中后三部合称为《杨辉算法》。杨辉在数学上以改进乘除捷法、纵横图研究、级数求和等成就，为数学的发展作出了重要贡献。

1. 级数求和---垛积术

所谓垛积术，是指高阶等差级数求和问题，它是由中国古代的等差级数问题发展而来的。这个课题的研究开始于北宋沈括，经过杨辉的进一步研究，到元代朱世杰把它推到十分完备的境界。

北宋大科学家沈括（1031-1095，字存中，钱塘人），首先对《九章算术》的刍童问题进行了研究，他认为虽已相当完备，但没有求隙积问题的方法，“隙积”就是积之有隙者，如将一颗颗棋子、坛坛罐罐等垒起来，虽有刍童的形状，但因有空隙，若用刍童术求积，实际数值偏小。他在《梦溪笔谈》卷 18 首创“隙积术”：上底宽是 a 个物体、长是 b 个物体、下底宽是 c 个物体、长是 d 个物体、高是 n 层的垛积（物体个数）S，比上底宽是 a、长是 b、下底宽是 c、长是 d，高是 n 的长方棱台的体积多 $\frac{n}{6}(c-a)$，即

$$S=ab+(a+1)(b+1)+\cdots+cd=\frac{n}{6}[(2b+d)a+(2d+b)c]+\frac{n}{6}(c-a)$$

这就是“隙积术”。“隙积术”实际上是一个二阶等差级数求和的问题：

级　数：ab　(a+1)(b+1)　(a+2)(b+2)　(a+3)(b+3)　(a+4)(b+4) ---

一阶差：a+b+1　a+b+3　a+b+5　a+b+7 ---

二阶差：2　2　2 ---

沈括怎样得到这个公式，没有说明，大概是先用具体数字进行试验，然后用归纳的方法得到的。

杨辉的垛积术是继沈括“隙积术”的基础上，对高阶等差级数进一步的研究，置于《详解九章算法》的商功章。在研究方法上，杨辉以各种菓子垛比类《九章算术》的立体，实际上是依据垛积与各类多面体体积的联系，仿照《九章算术》的棋验法。杨辉垛积术中提出 4 个二阶等差级数求和的问题，实际上给出求积公式：

（1）　四隅垛（比类方锥、阳马）：

$$a^2+(a+1)^2+(a+2)^2+\cdots+(b-1)^2+b^2=\frac{n}{3}\left(a^2+b^2+ab+\frac{b-a}{2}\right)，（1）$$

（2）方垛（比类方亭）：

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n}{3}(n+1)\left(n+\frac{1}{2}\right)，（2）$$

（3）三角垛（比类鳖臑）：

$$1+3+6+10+\cdots+\frac{n(n+1)}{2}=\frac{n}{6}(n+1)(n+2), \quad (3)$$

（4）刍童类菓子垛：

$$a\cdot b+(a+1)(b+1)+(a+2)(b+2)+\cdots+(c-1)(d-1)+c\cdot d$$

$$=\frac{n}{6}[(2b+d)\cdot a+(2d+b)\cdot c]+\frac{n}{6}(c-a). \quad (4)$$

除了(4)式与沈括隙积术公式相同外，杨辉的其他多面体体积公式都分别与方锥、方亭、鳖臑相比类，而独立导出的。例如方亭(正四棱台)体积为其中 a 为上底边长，b 为下底边长。

$$V=\frac{h}{3}(a^2+b^2+ab),$$

若由大小相等的圆球垛成类似于正四棱台的方垛，上底由 a×a 个球组成，以下各层的长、宽依次各增加 1 个球，共有 n 层，最下层(即下底)由 b×b 个球组成，杨辉给出求方垛中物体总个数的公式如下：

$$S=\frac{n}{3}\left(a^2+b^2+ab+\frac{b-a}{2}\right)$$

比较一下上面两式就会发现，后者与前者的区别在于小括号内多了一项$\frac{b-a}{2}$，故杨辉把这项以外的式子称为“本法 ”. 后者实际是一个二阶等差级数求和公式。

2．乘除捷算法

杨辉的数学研究与教育工作的重点是在计算技术方面，这是由南宋杜会商业贸易发展的实际需要所决定的。 “乘除捷法”为古代改进计算技术之根本。杨辉在研究基本算法的变通的基础上，进一步研究各种捷法。杨辉特别重视乘法，他在《详解九章算法》中专门指出：“夫习算者，以乘法为主。”同时他认为：“乘除者本钩深致远之法。″ 因此杨辉创造出新的乘除捷法，他的“相乘大法”有六法：“单因”、“重因”、“身前因”、“相乘”、“重乘”、“损乘”）。他还提出乘算加法五术和除算减法四术。

3．“容横容直”原理

在《详解九章算法》及《续古摘奇算法》中，杨辉讨论了勾股容方问题，并在后书中给出如下定理：

直田之长名股，其阔名勾，于两隅角斜界一线，其名弦．弦之内外分二勾股，其一勾中容横，其一股中容直，二积之数皆同．

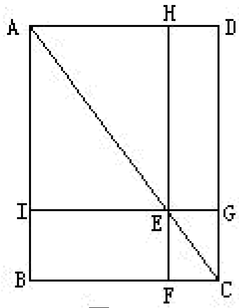


图 8－11

图 8－11 中，横指□BE，直指□DE，二者面积相等，即□BE=□DE。这就是“容横容直”原理。

此定理反映了我国传统几何的一条重要原理——出入相补．实际上，△AIE 可以移置△EHA 处，△EFC 也可以移置△CGE 处，所以等积．这种思想在刘徽《海岛算经》及赵爽“日高术”中已反映出来．但首次表达成定理形式的是杨辉．该定理在平面几何中有广泛的应用．实际上，《海岛算经》中的各种测量公式都可由它推出．

二、杨辉的数学教育理论

杨辉十分重视数学教育和数学普及工作，他提出了一系列数学教学与数学学习的针对性很强的教学思想和教学方法。《详解九章算法》就是为普及《九章算术》中的数学知识而作．他从原书 246 题中选择了 80 道有代表性的题目，进行详解．为普及日常所用的数学知识。杨辉总结了自己多年的经验，在其著作《算法通变本末》上卷中写了一份相当完整的教学计划——“习算纲目”，列出了学习内容，先后顺序及进度安排等，具体给出各部分知识的学习方法、时间及参考书，这是中国数学教育史上的一个重要文献，因此他被称为杰出的数学教育家。

在杨辉的数学学习思想和方法中，有很多值得借鉴的地方，主要体现为：

（1）“须责实有”。

（2）注重计算，提倡捷法。

（3）循序渐进，步步为营。

（4）精讲多练，注重启发、引导，熟能生巧。

（5）熟读精思，算中明理。

（6）**融会贯通，灵活运用所学知识**。

（7）题解、比类、图验相结合。

总而言之，杨辉在他数学教育生涯中，所遵循的数学教育和学习思想，所采用的数学学习方法不仅在中国古代数学学习史上占有一席之地，而且，对我们现代的数学教学研究也是有很重要的参考价值的。

§7.4　李冶与天元术

一、李冶简介

李冶{1192-1279}，金元时期著名数学家，字仁卿，号敬斋，金朝真定府栾城县(今河北栾城县北)人。李冶“自幼喜算术”，1230 年考中“词赋进士”，曾任钧州（今河南禹县）知事，1232 年钧州被蒙古军所破，遂隐居治学，被元世祖忽必烈聘为翰林学士，仅一年，便辞官回乡。李冶在 1248 年著成《测圆海镜》12 卷，1251 年回元氏封龙山隐居讲学，结交张德辉、元好问，三人号称“龙山三老”。元世祖忽必烈曾多次召见李冶，并许以高官厚禄，但

李冶都辞官不受，以老病为名婉言拒绝。1259 年李冶又写成《益古演段》3 卷。这两部数学著作一直流传|至今，成为我国宋元数学的宝贵遗产。《测圆海镜》是李冶生平得意之作，他在自序中说该书是根据“洞渊九容”之说推衍而得，全书共 170 问，都是已知直角三角形三边求内切圆、旁切圆等的直径之类的问题，被称为解勾股形，也是现存最早的一部系统使用“天元术”的著作（图 8－12），宋、元的天元术相当于现在的代数或方程论。李冶在书中明确使用“天元”代表未知数 x，以常数项为“太极”，在旁边记“太”字，x 的系数旁边记“元”字。例如，如图 8－13 的筹式是李冶《测圆海镜》中的天元式表示，相当于多项式 $2x^2-1205x+360000$。

《测圆海镜》书影（清代抄本）

图 7－12

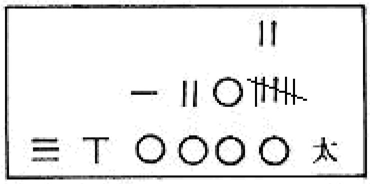


图8－13

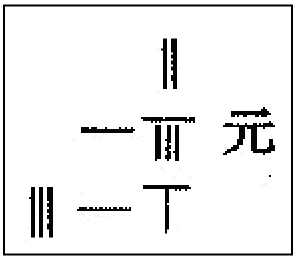


图8－14

再例如，多项式 $2x^2+18x+316$ 的天元表示式可以表示如图 8－14。

《益古演段》共 64 题，主要讨自论各种平面图形间的面积关系。此外，他还著有 100 多卷文学、史学等其他论著，可惜多已失传。

二、 李冶的天元术

1、天元开方的一般化程序

李冶的“天元术”致力于寻找一般的、可用于解决各种问题的列方程的方法，总结出一套简单、明确的列方程程序。

“天元术”的基本思想是：首先是立所求的量为“天元一”，这相当于现今设未知数 x，然后根据问题的条件，寻找两个等价的而且至少有一个含有天元（即 x）的多项式， 最后把两个等价多项式连为方程。通过两式相消，便得到含有天元的一般开方式，即一个一端为零的一般数字高次方程：

$$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0=0。$$

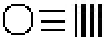
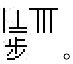
李冶的一般天元方程的程序，标志着方程理论有了独立于几何的倾向，这是数学思想上的突破。他能用天元术熟练地列出高次方程，李冶已懂得并采用了方程两边同乘一个整式的方法化分式方程为整式方程。《测圆海镜》170 题中有 19 题列出三次方程，14 题列出四次方程，还有 1 题列出六次方程。李冶所列出的方程已突破秦九韶“实常为负”的限制，这时的常数已无任何限制，可正可负，而不拘泥于它的几何意义。实际上《测圆海镜》中方程各项的符号均无限制，这是代数学的一个进步。

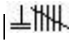
2、对幂概念的推进

不拘泥于西方符号化数学的观点，从位置化数学的角度来看，前面的论述已表明：以“太”为基准，“乘则升（降）之，除则降（升）之”就是用乘除法来定义各正、负整指数幂，“升”、“降”就是它们的位置表示。于是零指数幂的概念自然就有了，“太”的位置就是零指数幂。这与西方引进特别的符号：x^0、x^1、x^2、x^3、…、x^{-1}、x^{-2}、x^{-3}、…来表示整指数幂是趣异实同的。时间上比西方的牛顿（17 世纪）要早 600 多年。就中国自身而言，李冶及其前辈也把更早已有的正整指数幂的概念向负整指数幂推进了一步。

3、〇、负号和小数记法

在中国数学史上，筹算采用除〇以外的九个数码，数字间的空位，用口表示，后来在书写中随着字体常写成行书，口也就渐渐划成了〇。但筹式中的空位〇，还不是现在的符号〇。以〇表示零，最早见金《大明历》（1180）中看到。如 403 写作“四〇三”。从现存古算书来看，至秦九韶《数书九章》（1247），已大量使用〇，李冶在《测圆海镜》（1248）中，采用了从〇到九的完整数码。由于它们成书的时间相差不过一年，因此有学者提出李冶《测圆海镜》与秦九韶《数书九章》是最早使用〇的两本算书。

中国是最早使用十进制小数的国家，古代小数记法多用数名，通常用分、厘、毫、丝、秒、忽等长度单位表示小数的位置或分数以下的奇零部分。如 7.59875 尺记作七尺五寸九分八厘七毫五丝．公元 3 世纪，刘徽第一个创立求微数的方法，开十进小数之先河。从现存古算书来看，小数记法发展到宋元时期已大大简化，李冶则取消数名，完全以位置表示小数，纯小数于个位处写〇，带小数于个位数下写单位，这一汉字就起着小数点的作用。如 0.34 记作，5.78 记作。这种记法在当时算是最先进的。西方直到 16 世纪，小数记法还很笨重。例如比利时数学家 S．斯蒂文(Stevin)在 1585 年发表的著作中，把每位小数都写上位数，加上圆圈，如 27.847 写作 27◎8①4②7③，这种记法显然不如李冶的记法简便．直到 17 世纪，J．纳皮尔(Napier)发明小数点后，小数才有了更好的记法。

李冶还发明了负号表示，与现在不同，他是使用在筹上加斜画表示负数，通常画在最后一位有效数字上，如-175 记作，-360 记作〇。在国外，负号是德国人于 15 世纪首先引入的。

§8.5　朱世杰和四元术

朱世杰(生卒年代不详，大约生活在 13，14 世纪)，元代著名数学家，字汉卿，号松庭，北京附近人。朱世杰一生研究数学及进行数学教育，是杰出的数学家和数学教育家。他曾以“数学名家周游湖海二十余年，四方之来学者日众”。他集宋金元数学之大成，著有《算学启蒙》(1299)、《四元玉鉴》（1303）传世。

《算学启蒙》共 3 卷，259 问，继承了《九章算术》以来中国古代数学的传统，内容包括四则运算、高次开方、“天元术”等，由浅入深，形成较完整的体系，是一部当时较好的数学启蒙书。其中所给出的正负数乘除法则和完整的“九归”除法口诀，为中国数学史上的首创。书中问题大都与当时的社会实际生活有关，对元代社会史、经济史的研究，有一定的参考价值。该书曾流传朝鲜、日本等国，出版过翻刻本和注释本，产生过一定的影响在我国一度失传。

《四元玉鉴》全书 3 卷，288 问，主要有朱世杰在多元高次方程组的解法——“四元术”，以及高阶等差级数的计算——“垛积术”、“招差术”等方面的研究和成果。

朱世杰不仅提出了多元（最多到四元）高次联立方程组的算筹摆置记述方法，而且把四元一次联立方程解法推广到四元高次联立方程。《四元玉鉴》含二元问题 36 个，三元问题 13 个，四元问题 7 个。虽然用到“四元术”的题目不多，但它们却代表了全书，也代表了当时世界范围内方程组理论的最高水平。“四象朝元”第 6 题所导出的 14 次方程是中国古算史上次数最高的方程。朱世杰的高阶等差数列求和公式具有一般性，包含任意高次差的招差公式，从而将宋元数学家在这方面的研究成果推进到了更加完善的地步。

朱世杰的垛积招差术，还是世界数学史上的首创，比牛顿的同样结果早 400 年。朱世杰继承发展了前人的数学成就，为推动中国古代数学的发展做出了重要的贡献。由于他和同时代的数学家的努力，宋元时期的数学在许多方面居于世界前列，他的数学成就得到世界的重视，美国著名的科学史家 G.萨顿评论说：“朱世杰是他所生存时代的，同时也是贯穿古今的一位最杰出的数学家”。而他的著作《四元玉鉴》则是“中国数学著作中最重要的一部，同时也是整个世纪最杰出的数学著作之一”。

在欧洲，对招差术首先加以讨论的是英国数学家格雷戈里（J.Gregory，1368～1675）。此后不久，牛顿得到了现在通称牛顿插值公式的一般结果。牛顿插值公式在现代数学和天文学计算中仍然起着重要的作用。朱世杰所发现的公式与牛顿插值公式在形式上和实质上都是完全一致的，而后者要晚三百多年。“招差术”的创立、发展和应用是中国数学史和天文学史上具有世界意义的重大成就。